Reihenübersicht Modul 2

MaTeGnu

Modul 2	Leitfrage/Leitgedanke	Leitziele der Stunde *Die Schülerinnen und Schüler…*	Hinweise zum Inhalt	Material
Kapitel I	**Rekonstruktion von Beständen**			
Vorbereitende Übung		*…wiederholen die Begriffe Bestandsfunktion f und Änderungsrate f' in verschiedenen Kontexten.*		M2.I.0 AB
Phase 1 *2-3h (+ Zeit für Übungen)*	Wie bestimmt man aus der Zuflussrate (Änderungsrate) die Wassermenge (Bestand) bei abschnittsweise konstanten Änderungsraten? *Vortragsfolien 10-13*	*… entwickeln ein erstes Grundverständnis von Integrieren als Rekonstruieren, indem sie aus zwei Zuflussraten (momentane Änderungsrate der Wassermenge in einer Wanne und einem Waschbecken) die Wassermenge wiederherstellen und den Zusammenhang der beiden Funktionen interpretieren.*	Die Frage nach der Füllmenge einer Badewanne bei bekannter Zu- und Abflussgeschwindigkeit bildet den didaktischen Kern dieses Kapitels. Sie wird zunächst an einem Funktionsgraphen behandelt, der ausschließlich aus geradlinigen Teilstücken besteht. Der Kontext für den Verständnisanker "Wanne" kann aus zwei Vorschlägen ausgewählt werden (Loriot-Sketch "Herren im Bad" oder Stausee bei Dürre“). In beiden Vorschlägen rekonstruieren die SuS aus der Zuflussrate (Änderungsrate) die Wassermenge (Bestand) in einer Wanne (1a). Analog zu dieser Einstiegsaufgaben rekonstruieren die SuS vertiefend die Wassermenge in einem Waschbecken bei bekannter Zuflussgeschwindigkeit (1b).	Kontext 1: M2.I.1a) AB K1 Kontext 2: M2.I.1b) AB K2 M2.I.1b AB
Phase 2 *1h (+ Zeit für Übungen)*	Kann man im Graph der Änderungsfunktion den Bestand auch darstellen? Kann man (wie bei der Ableitung) aus der Änderungsfunktion die Bestandsfunktion eindeutig rekonstruieren? *Vortragsfolien 14-17*	*…untersuchen wie Wassermenge und Flächenbilanz zusammenhängen.* *…entdecken, dass es zu einer Änderungsratenfunktion mehrere Ausgangsfunktionen gibt.*	In dieser Phase untersuchen die SuS wie Wassermenge und Flächen(-bilanz) zusammenhängen. Sie deuten also den Bestand als orientierten Flächeninhalt. Durch die Erarbeitung von Phase 2 soll des Weiteren deutlich werden, dass es zu einer Änderungsfunktion mehrere Ausgangsfunktionen gibt. Um die Diskussion zu einem möglichen Anfangsbestand zu motivieren ist das Beispiel so gewählt, dass der rekonstruierte Bestand bzw. die bilanzierte Fläche ab dem Zeitpunkt t=2 negativ wird.	M2.I.2 AB
Phase 3 *1h (+ Zeit für Übungen)*	Wie bestimmt man die Wassermenge (Bestand) aus der Zuflussrate (Änderungsrate), wenn diese sich kontinuierlich ändert (also nicht geradlinig verläuft)? *Vortragsfolien 18-19*	*…vertiefen ihr Verständnis von Integrieren als „Rekonstruieren“/ „Bestimmen eines orientierten Flächeninhalts“ und entwickeln ein erstes Grundverständnis von Integrieren als „Kumulieren“ indem sie Ideen entwickeln, wie man den Bestand aus einer gekrümmten Änderungsrate rekonstruiert.*	In dieser Phase ändert sich der Kontext: Nachdem die Wanne komplett geleert wurde, wird sie kontrolliert gefüllt, indem der Wasserhahn gleichmäßig aufgedreht wird. Damit steht nun erstmals eine gekrümmte Änderungsfunktion im Fokus. Es wird deutlich, dass die Einteilung in Dreiecks- und Rechteckflächen Grenzen hat. Es entsteht die Idee, das Vorgehen aus Phase 1 auf genügend kleine Zeitintervalle anzuwenden, in denen die Änderungsrate nahezu linear ist. Dann werden die jeweiligen Zuwächse addiert. Diese Idee bildet die Basis der Grundvorstellung "Integrieren als Kumulieren", die in Kapitel 2 zentral ist.	M2.I.3 AB K1 M2.I.3 AB K2

Reihenübersicht Modul 2

Modul 2	Leitfrage/Leitgedanke	Leitziele der Stunde *Die Schülerinnen und Schüler…*	Hinweise zum Inhalt	Material
Kapitel II	**Integrieren als Kumulieren**			
Phase 4 *1-2h (+ Zeit für Übungen)*	Wie kann ich den Bestand einer nicht linearen Änderungsratenfunktion nach oben und unten abschätzen? *Vortragsfolien 21*	*…arbeiten den Begriff der Untersumme/Obersumme heraus, indem sie die minimalen/maximalen Funktionswerte der Teilintervalle als konstante Änderungsrate bzw. Höhe des jeweiligen Rechtecks interpretieren.*	Die Kernfrage in diesem Kapitel besteht in einer möglichst genauen Bestimmung der Wassermenge bzw. der Fläche unter dem Graphen einer gekrümmten Änderungsratenfunktion. Ausgehend von dem aus Phase 3 bekannten Funktionsgraphen, nähern die SuS die Wassermenge mithilfe von abschnittsweise konstanten Änderungsraten (Rechteckstreifen). Zentral ist dabei die Frage, ob die Wassermenge bzw. der Flächeninhalt unter der Kurve mit der Näherung über- oder unterschätzt wird. Die Höhe der Rechteckstreifen/konstante Änderungsrate sollte unbedingt in einem sich anschließenden Unterrichtsgespräch diskutiert werden. Die Suche nach einem systematischen Vorgehen führt auf das Maximum und Minimum der Funktionswerte im Intervall und damit zu einer Definition der Ober- und Untersumme. Wichtig ist hier auch der negative Bereich.	M2.II.4a) AB *M2.II.4b) App
Phase 5 *2h*	Wie kann ich den Bestand bei einer nichtlinearen Änderungsfunktion **genauer** bestimmen? *Vortragsfolien 22*	*…nähern sich der tatsächlichen Wassermenge bzw. Fläche weiter an, indem sie die Anzahl der gleichbreiten Intervalle vergrößern.*	Ausgehend von der Impulsfrage "Wie lässt sich der Bestand/Flächeninhalt nun genauer bestimmen?", nähern sich die SuS in dieser Phase dem tatsächlichen Bestand/der tatsächlichen Fläche weiter an, indem sie die Anzahl der Teilintervalle/Rechtecke vergrößern. Die SuS sollen eine Parallele zum Vorgehen beim Gepard herstellen und erkennen, dass die Intervallbreite verkleinert - also die Anzahl der gleichbreiten Intervalle vergrößert werden muss.	M2.II.5a) AB M2.II.5b) AB
Phase 6 *1-2h (+ Zeit für Übungen)*	Wie kann ich die Fläche unter dem Graph einer gekrümmten Änderungsratenfunktion **beliebig genau** bestimmen? *Vortragsfolien 23-24*	*… verstehen die Definition des Integralbegriffs als Grenzwert als der Ober- bzw. Untersumme.*	Analog zum Vorgehen beim Gepard betrachten die SuS nun die infinitesimale Annäherung und den Grenzwert aus beiden Richtungen durch Vergrößerung der Anzahl der Unterteilungen. Aufbauend auf der Bearbeitung von M2.II.3 kann das bestimmte Integral definiert werden. M2.II.4 rückt den Aspekt eines negativen Flächeninhalts in den Fokus.	M2.II.6a) AB *M2.II.6b) AB

Reihenübersicht Modul 2

MaTeGnu

Modul 2	Leitfrage/Leitgedanke	Leitziele der Stunde *Die Schülerinnen und Schüler…*	Hinweise zum Inhalt	Material
Kapitel III	**Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (HDI)**			
Phase 7	Lässt sich das bestimmte Integral auch direkt bestimmen?			
Phase 7.1 *2h (+ Zeit für Übungen)*	Schritt 1: Kann man (wie bei der Ableitung) aus der Änderungsfunktion die Bestandsfunktion eindeutig rekonstruieren? *Vortragsfolien 25-34*	*…verstehen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (Teil 1).* *….verwenden Faktor-, Summen- und Potenzregel zur Berechnung von Integralen.* *…skizzieren zum Graphen von f den Graphen einer Stammfunktion F.*	Die Erkenntnisse aus den Kapiteln I und II werden hier zusammengeführt: Integrieren ist die Gegenoperation zum Differenzieren, HDI Teil 1. Daran schließt sich direkt die Definition einer Stammfunktion an (die Frage nach der Eindeutigkeit wird auf den Anfangsbestand zurückgeführt). Es folgen Integrationsregeln und Übungen zur Bestimmung von Stammfunktionen (grafisch und rechnerisch). Die Betrachtung der Gesamtänderung des Bestands von einem Zeitpunkt zu einem zweiten führt mit der Idee der Stammfunktion als Bestandsfunktion in Phase 7.2 zum zweiten Teil des HDI und zur direkten Berechnung des bestimmten Integrals.	zur Wieder-holung: M2.II.5a) AB M2.I.2 AB
*Optional *1-2h*	Was ist eine Integralfunktion? *Vortragsfolien 27-29*	*…verstehen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (und dessen Beweis [LK])*	Als optionale Vertiefung wird hier ähnlich wie beim Gepard nach einer Funktion gefragt, die das „Integral zu jedem Zeitpunkt x“ beschreibt. Die Frage führt auf die Definition einer Integralfunktion, mit der der HDI Teil 1 bewiesen wird. Teil 2 ergibt sich direkt mit der Erkenntnis, dass die Integralfunktion auch eine Stammfunktion ist.	*M2.III.7.1a) App *M2.III.7.1b) App *M2.III.7.1c) App *M2.III.7.1d) App
Phase 7.2 *2h (+ Zeit für Übungen)*	Schritt 2: Wie bestimme ich mit Stammfunktionen den Wert eines Integrals mit beliebigen Grenzen? *Vortragsfolie 35*	*…verstehen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (Teil 2).*	Auf Basis der vorherigen Phase kann vermutet werden, dass auch mit Stammfunktionen der Wert eines bestimmten Integrals ermittelt werden kann. Mithilfe von M2.III.1 AB entdecken die SuS wie dies möglich ist (Differenz des *Funktionswertes der Stammfunktion an der oberen Grenze* und des *Funktionswertes der Stammfunktion an der unteren Grenze*).	M2.III.7.2a) AB
Kapitel IV	**Anwendung**			
Phase 8 *2-4h*	Wie kann ich mit dem Integral Flächeninhalte bestimmen? *Vortragsfolie 39*	*…lösen Sachaufgaben, die auf Integrale führen, indem sie Flächeninhalte (Fläche zwischen Graphen und x-Achse sowie Fläche zwischen zwei Graphen) bestimmen.*	Der Einsatz von GeoGebra als Werkzeug soll in dieser Phase geübt werden. Dementsprechend nutzen die SuS die GeoGebra Rechner Suite bei der Bearbeitung von Aufgaben. Eine Auswahl an möglichen Einstiegs- sowie Übungsaufgaben finden Sie in der Handreichung. Optional finden sich hier Applets die Aufgaben zu Rotationsvolumina visuell unterstützen.	GeoGebra als Werkzeug *M2.IV.8a App *M2.IV.8b App *M2.IV.8c App
***Kapitel V**	**Optional: Weiterer Unterricht**			
Die Applets in diesem Kapitel sind als optionale Anregungen für den weiteren Unterricht zu verstehen. Dabei werden folgende Themenfelder behandelt: Grundvorstellung „Integrieren als Mitteln“ (GK & LK), graphisches Integrieren (GK und LK), Vernetzung von Ableitung und Integral (GK und LK) sowie Unterschied zwischen Integral- und Stammfunktion (LK).				